

# Każdy głos się liczy: Cykl Condorceta, głosowanie w Radzie Unii Europejskiej i wybory pracownika roku firmy ASTOR

W ciągu naszego życia często jesteśmy zmuszeni podejmować decyzje oraz dokonywać najróżniejszych wyborów. Czasami są to sprawy ważne, często błahe. Niekiedy wybieramy pomiędzy dwiema możliwościami, choć czasem bywa ich więcej. Wybór może być trudny nawet jeśli decyzję podejmujemy samodzielnie, lecz problem komplikuje się dodatkowo, gdy wyboru dokonujemy wspólnie z innymi osobami, których poglądy na rozważane zagadnienie mogą się istotnie różnić między sobą.

Jak grupa ekspertów, z których każdy dobrze zna się na rzeczy, może wypracować wspólne stanowisko i dokonać racjonalnego wyboru? Jak wybrać prezesa firmy, a jak zdecydować, którego z kandydatów do pracy zatrudnić? Jak wyłonić zwycięzcę zawodów w łyżwiarstwie figurowym, a jak zdobywcę pierwszej nagrody w Konkursie Chopinowskim?

## CYKL CONDORCETA

Jeśli w grę wchodzi jedynie dwie możliwości lub dwóch kandydatów, problem staje się prosty. Wystarczy, by liczba ekspertów była nieparzysta, a głosujący nie mieli możliwości wstrzymywania się od głosu, by zwykła większość głosów pozwoliła na wyłonienie zwycięskiego kandydata.

Gdy kandydatów jest trzech, złożoność problemu zbiorowego podejmowania decyzji rośnie dramatycznie. Rozważmy modelowy przykład trzech kandydatów i trzech ekspertów. Pierwszy z nich uważa, że najlepszy jest kandydat A, później stawia B, a na końcu C. Według drugiego eksperta kandydat B jest lepszy od C, który wygrywa w jego opinii z A, podczas gdy trzeci ekspert porządkuje kandydatów w kolejności C, następnie A, a za nim B. Widać, że każdy z kandydatów zajmował w hierarchii raz pierwsze, raz drugie, a raz trzecie miejsce, więc przy tak rozbieżnych opiniach grono ekspertów nie będzie w stanie podjąć rozsądnej decyzji.



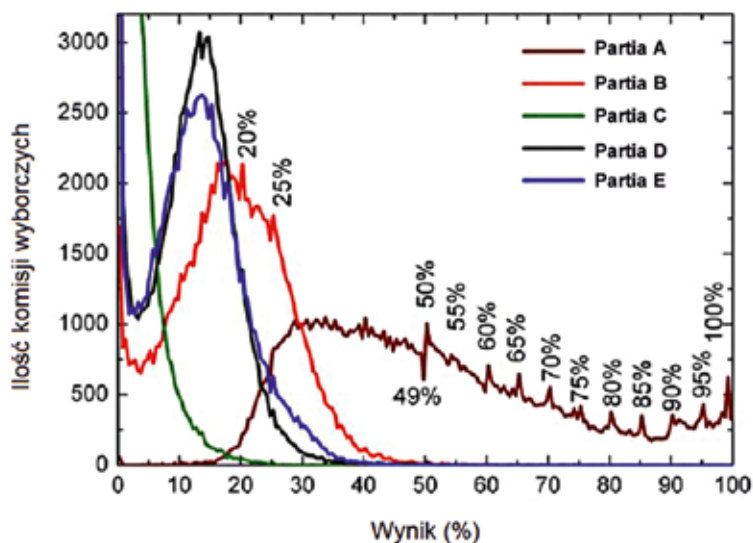
Mural na wybrzeżu Wisły w Toruniu nawiązujący do kręconych w tym miejscu w roku 1970 kadrów filmu „Rejs”, zdjęcie K. Życzkowskiego z czerwca 2013 roku

Nietrudno skonstruować podobny przykład dla większej liczby ekspertów lub kandydatów. Może się zdarzyć, że większość głosujących woli kandydata A od B, inna większość woli B od C, a jeszcze inna sądzi, iż kandydat C jest lepszy od A. Taka sytuacja, rozważana w pracy francuskiego markiza de Condorceta w roku 1785, a w literaturze współczesnej nosząca nazwę *cyklu Condorceta*, przypomina dziecięcą grę „papier-kamień-nożyce”, w której papier owija kamień, kamień tępi nożyce, a nożyce z kolei tną papier.

## TWIERDZENIE ARROWA

Jak w takiej sytuacji dokonać wyboru? Sposobów jest wiele, lecz każdy ma swoje zalety i wady. Poszukując idealnej metody podejmowania decyzji, amerykański matematyk **Kenneth Arrow** wystartował z zestawu kilku naturalnych aksjomatów, które każdy rozsądny system wyborczy powinien spełniać. Przykładowo założył własność, którą nazwał niezależnością od alternatyw niezwiązanych. Posługując się terminologią sportową, możemy stwierdzić, że jeśli po swych występach łyżwiarz >

## WYNIKI WYBORÓW - rozkład „Gaussa” dla pomiaru ręcznego



Liczba obwodowych Komisji Wyborczych, które zarejestrowały określone poparcie procentowe dla różnych partii podczas wyborów. Wyniki partii A wykazują zadziwiająco wąskie piki dla poparcia 50%, 55% i w kolejnych wielokrotnościach 5%, które autorzy pracy (Klimek, Yegorov, Hanel, Thurner) opublikowanej w roku 2012 w *Proceedings of the National Academy of Sciences* nazywają zgrabnie „systematic election irregularities”.

◁ A uzyskał lepsze noty niż łyżwiarz B, to oceny uzyskane następnie przez zawodnika C nie powinny zmienić tej kolejności. Już po kilku dniach pracy Arrow dostrzegł, że żaden z znanych mu systemów wyborczych nie spełnia takich naturalnych aksjomatów, po czym dowiódł, że taki idealny system w ogóle nie istnieje!

Za to ściśle matematyczne twierdzenie, udowodnione w roku 1948, Arrow otrzymał ćwierć wieku później nagrodę im. Alfreda Nobla w dziedzinie ekonomii. Jego wyniki stanowiły bowiem kluczowy wkład w teorię równowagi ekonomicznej i teorię dobrobytu społecznego. Dalsze prace szkoły naukowej Arrowa miały olbrzymie znaczenie w naukach politycznych, gdyż pozwoliły wykazać, że nie da się skonstruować żadnego systemu wyborów prezydenckich i parlamentarnych, który byłby pozbawiony istotnych wad.

### GŁOSOWANIE W RADZIE UNII EUROPEJSKIEJ

Jednym z organów Unii Europejskiej jest jej Rada, w której zasiada po jednym przedstawicielu każdego z 28 państw członkowskich. Według systemu podwójnej większości, uchwalonego w roku 2008

w Lizbonie i wchodzącego w życie 1 listopada 2014, decyzja Rady zapada, jeśli za nią opowie się za przynajmniej 55% z 28 (czyli 16) państw członkowskich, które skupiają co najmniej 65% ludności Unii. Te wartości, odgrywające rolę progów *większości kwalifikowanej*, zostały ustalone arbitralnie.

Na pierwszy rzut oka taki system wygląda rozsądnie, lecz jego analiza przeprowadzona przez **Lionela Penrose’a** już w roku 1946, w kontekście głosowania w Organizacji Narodów Zjednoczonych, wykazuje, że daje on przewagę politykom z dużych państw. System, w którym waga głosu przedstawiciela kraju jest proporcjonalna do jego ludności, byłby sprawiedliwy, gdyby założyć, że wszyscy obywatele danego państwa mają takie samo zdanie, co oczywiście nie jest prawdą.

Pracując nad teorią głosowania, Penrose wprowadził pojęcie siły głosu, opisującej możliwość wpływu uczestnika głosowania na decyzję podejmowaną przez ciało głosujące oraz wykazał, że jest ona w pewnych sytuacjach **odwrotnie proporcjonalna** do pierwiastka kwadratowego z liczby głosujących. Dlatego też podczas głosowania w gremium przedstawicieli,

takim jak Rada Unii, siły ich głosów powinny być **wprost proporcjonalne** do pierwiastka z liczby reprezentowanych osób. W roku 2004 autor artykułu, pracując z Wojciechem Słomczyńskim z Instytutu Matematyki UJ, znalazł optymalny wzór na optymalną wartość progu większości kwalifikowanej, przy którym siła głosu każdego państwa będzie równa wadze głosu proporcjonalnej do pierwiastka z populacji, a więc siła głosu obywatela w każdym państwie Unii będzie praktycznie taka sama.

System głosowania w Radzie Unii Europejskiej oparty o prawo pierwiastkowe Penrose’a i optymalny próg większości kwalifikowanej, nazwany *Kompromisem Jagiellońskim*, stał się podstawą propozycji złożonej przez Polskę na arenie europejskiej wiosną 2007. Taki system został doceniony przez wielu polityków i naukowców zajmujących się tą problematyką, gdyż był oparty jedynie o jedno kryterium, obiektywny i łatwo było go dopasować do kolejnych etapów poszerzenia Unii. Jednakże polska dyplomacja zbyt późno zaczęła go promować, a opór Niemiec oraz Wielkiej Brytanii, Francji i Włoch, dążących do odtworzenia takiego wpływu na podejmowane decyzje, jaki te kraje miały w Unii złożonej z dwunastu państw, sprawił, że w Lizbonie uchwalono system podwójnej większości, znacznie korzystniejszy dla „wielkiej czwórki”.

### WYBÓR PRACOWNIKA ROKU FIRMY ASTOR

Rozważmy modelową firmę, składającą się z centrali, w której pracuje 49 osób oraz z 5 oddziałów, liczących odpowiednio 16, 9, 9, 9 i 4 pracowników, w której wszyscy zatrudnieni corocznie wybierają pracownika roku. Wydawać by się mogło, że system będzie sprawiedliwy, jeśli waga każdego głosu będzie taka sama. Jednakże wspólna praca sprawia, że pracownicy danego oddziału często głosują podobnie, a więc ich głosy są *skorelowane*. Pomimo, że w mniejszych oddziałach pracuje łącznie 47 osób, to w systemie równych wag, za-

kładając wysokie prawdopodobieństwo zblokowania głosów we wszystkich oddziałach, centrala firmy może corocznie przeforsować swego kandydata, przez co głosy osób pracujących w mniejszych oddziałach praktycznie nie mają znaczenia.

Skoro głosy pracowników danego oddziału są często zbieżne, to w analogii do *prawa Penrose'a*, waga głosu danego oddziału powinna być ważona przez pierwiastek z liczby jego pracowników. Dlatego też głos każdego pracownika winien otrzymać wagę **odwrotnie proporcjonalną do pierwiastka** z liczby pracowników i wynieść dla centrali  $1/\sqrt{7}$ , zaś dla oddziałów kolejno,  $1/4$ ,  $1/3$ ,  $1/3$ ,  $1/3$  oraz  $1/2$ , dla najmniejszego z nich. W takim systemie suma wag wszystkich głosów w centrali wynosi 7, a w oddziałach równa się, odpowiednio, 4, 3, 3, 3 oraz 2, co sprawia, że głosy centrali nie będą rozstrzygające, a głosy pracowników każdego oddziału mogą zdecydować o wyniku wyborów.

W latach 2002-2006 wybory **pracownika roku** firmy ASTOR przeprowadzono bez ważenia głosów. Po kilku konkursach pracownicy mniejszych oddziałów zorientowali się, jakie są konsekwencje przyjętych reguł gry i tracili chęć udziału w zabawie. Od roku 2007 wybory organizuje się według systemu głosów ważonych opartego na prawie pierwiastkowym Penrose'a. Po tej zmianie system wyborczy działa dobrze ku zadowoleniu całej firmy. Pracownicy wszystkich oddziałów mają poczucie, że ich głos jest ważny, gdyż wybory wygrywają także przedstawiciele mniejszych oddziałów.

## KAŻDY GŁOS SIĘ LICZY

Skoro według twierdzenia Arrowa idealny system wyborczy nie istnieje, każdy stosowany system ma pewne wady. Dlatego też w krajach demokratycznych funkcjonuje tak wiele różnych systemów wyborczych. W książce *Każdy głos się liczy\** opisujemy popularne metody wyboru prezydenta (jedna tura + większość względna: Meksyk; dwie tury + większość bezwzględna:



Francja; głosowanie preferencyjne: Irlandia; wybór przez parlament: Niemcy) oraz systemy wyborów parlamentarnych (większościowe w jednej turze: Wielka Brytania; w dwóch turach: Francja; proporcjonalne z progiem prawnym: Polska; proporcjonalne bez progów: Szwajcaria; pojedynczy głos przechodni: Malta; system mieszany: Niemcy, Nowa Zelandia).

Pokazujemy także, że wynik wyborów prezydenckich może zależeć od rodzaju systemu wyborczego, a skład parlamentu od wielkości i kształtu okręgów wyborczych. Pomiedzy obowiązującym systemem wyborczym, a kształtem sceny politycznej zachodzi współzależność: w dostatecznie długim czasie wpływają one wzajemnie na siebie. W książce omawiamy też specyfikę wyborów do Parlamentu Europejskiego oraz wykorzystanie metod statystycznych do analizy danych wyborczych, dzięki którym można potwierdzić podejrzenia o fałszowaniu wyników.

Dla osób znudzonych polityką ciekawe mogą być opisy wyboru sędziów w starożytnych Atenach oraz doży w średnio-wiecznej Wenecji, a także sposobu, w jaki konklawe wybiera papieża, a zakonnicy – przeora. Inne rozdziały książki przybliżają metody ustalania zwycięzców zawodów w sportach niewymiernych oraz konkur-

sach w sztuce i nauce. Analizujemy także siłę głosu uczestników zgromadzenia udziałowców spółki z ograniczoną odpowiedzialnością oraz walnego zgromadzenia akcjonariuszy spółki akcyjnej.

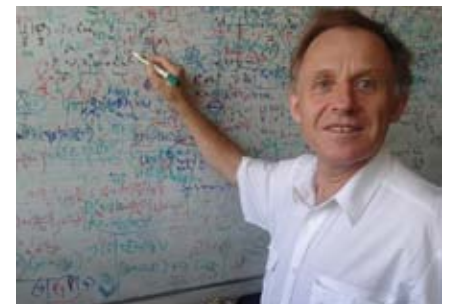
Ponieważ w problemach życia codziennego liczba rozważanych możliwości zazwyczaj jest większa od dwóch, musimy pogodzić się z faktem, że stworzenie idealnego systemu wyborczego nie jest możliwe. Z drugiej strony rozważając udział w głosowaniu dobrze jest poznać siłę naszego głosu: może to właśnie on zadecyduje o wyniku wyborów? Więcej szczegółów i przykładów znaleźć można w książce:

### \* *Każdy głos się liczy! Wędrowka przez krainę wyborów*

Kazimierz Rzążewski, Wojciech Słomczyński, Karol Życzkowski

Wydawnictwo Sejmowe, Warszawa 2014, str. 412 – patrz: [www.kazdyglos.eu](http://www.kazdyglos.eu)

Mieszkańców Krakowa życzliwie informujemy, że książkę można kupić w Głównej Księgarni Naukowej przy ulicy Podwale 6.



**Karol Życzkowski** – ur. w 1960 w Krakowie, profesor fizyki na Uniwersytecie Jagiellońskim.

Zajmuje się mechaniką i informatyką kwantową, teorią chaosu i układów nieliniowych oraz teorią wyborów.

Podczas służby wojskowej w maju 1988 odmówił złożenia przysięgi wojskowej, co opisał we wspomnieniach w książce „Notatki Szeregowca”.

W lipcu 1990 samotnie zjeżdżał na nartach północną ścianą Piku Lenina (7134 m n.p.m.) w Kirgizji.

Współautor systemu głosowania w Radzie Unii Europejskiej, wydanej w Cambridge monografii dotyczącej mechaniki kwantowej oraz narciarskiego przewodnika po polskich Tatrach Wysokich.

Pierwszy redaktor naczelny Biuletynu Automatyki w latach 1994-1997.